

MÔN LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ

Giảng viên: ThS. Mai Chiém Tuấn

1

CHƯƠNG II BIỂU DIỄN ĐỒ THỊ TRÊN MÁY TÍNH

Giảng viên: ThS. Mai Chiém Tuấn

2

Tại sao biểu diễn đồ thị trên máy tính?



- ❖ Lý thuyết đồ thị ngày càng được ứng dụng rộng rãi.
- ❖ Để xây dựng được các ứng dụng của đồ thị trên máy tính thì cần phải tìm cách biểu diễn đồ thị trên máy tính thích hợp.
- ❖ Máy tính không thể hiểu được các đồ thị dưới dạng hình vẽ thông thường.

3

Tiêu chuẩn để lựa chọn



- ❖ Cấu trúc dữ liệu phải đơn giản, phù hợp với từng bài toán ứng dụng.
- ❖ Dễ biểu diễn, dễ cài đặt các ứng dụng trên đó.

4

Chương II: BIỂU DIỄN ĐỒ THỊ TRÊN MT



1

II.1 Ma trận kề, ma trận trọng số

2

II.2 Ma trận liên thuộc đỉnh cạnh

3

II.3 Danh sách cạnh

4

II.4 Danh sách kề

5

II.5 Bài tập

II.1 Ma trận **kề**, ma trận **trọng số**

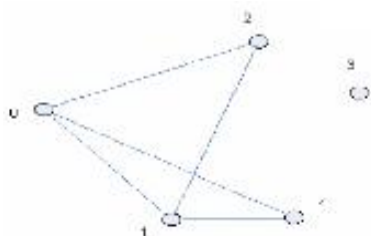


II.1.1 Ma trận **kề** của đồ thị **vô hướng**

❖ **Định nghĩa 2.1.** Xét **đơn đồ thị vô hướng** $G=(V,E)$, với tập đỉnh $V=\{0, 1, \dots, n-1\}$, tập cạnh $E=\{e_1, e_2, \dots, e_m\}$. Ta gọi **ma trận kề** của đồ thị G là ma trận.

- $a_{ij} = 0$, nếu $(i,j) \notin E$ hoặc,
- $a_{ij} = 1$, nếu $(i,j) \in E$ $i, j=0,1,2,\dots,n$.

❖ **Ví dụ: 2.1**

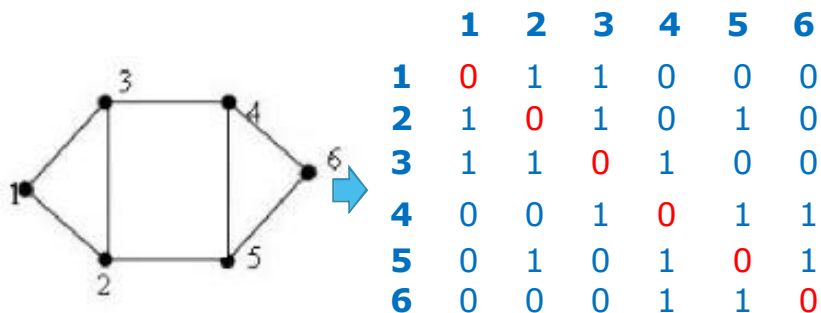


	0	1	2	3	4
0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1
2	1	1	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	1	1	0	0	0

II.1 Ma trận **kề**, ma trận trọng số

II.1.1 Ma trận **kề** của đồ thị vô hướng

❖ Ví dụ 2.2:



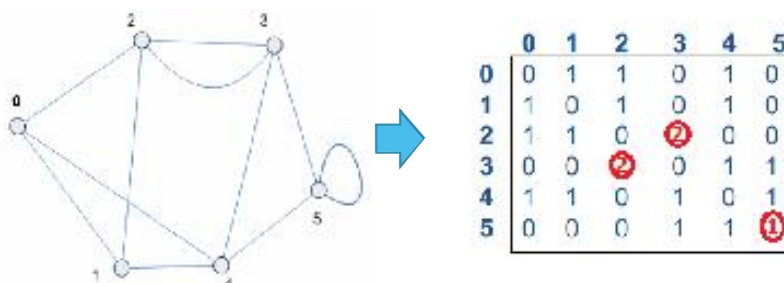
7

II.1 Ma trận **kề**, ma trận trọng số

II.1.1 Ma trận **kề** của **giả** đồ thị vô hướng

❖ **Định nghĩa 2.2.** Xét **giả** đồ thị vô hướng $G=(V,E)$, với tập đỉnh $V=\{0, 1, \dots, n-1\}$, tập cạnh $E=\{e_1, e_2, \dots, e_m\}$. Ta gọi ma trận kề của đồ thị G là ma trận.

▪ a_{ij} là số cạnh nối đỉnh i và đỉnh j . Ví dụ: 2.3



8

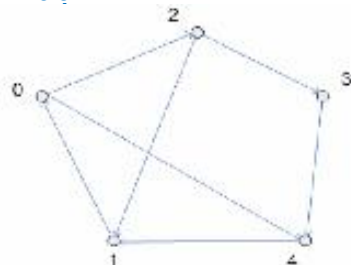
II.1 Ma trận kề, ma trận trọng số

II.1.2 Ma trận kề của đồ thị có hướng

❖ **Định nghĩa 2.3.** Xét đơn đồ thị có hướng $G=(V,E)$, với tập đỉnh $V=\{0, 1, \dots, n-1\}$, tập cạnh $E=\{e_1, e_2, \dots, e_m\}$. Ta gọi ma trận kề của đồ thị G là ma trận.

- $A = \{a_{ij} \mid i, j = 0, \dots, n-1\}$, với:
 - $a_{ij} = 0$, nếu $(i, j) \notin E$ và
 - $a_{ij} = 1$, nếu $(i, j) \in E$

❖ Ví dụ 2.4



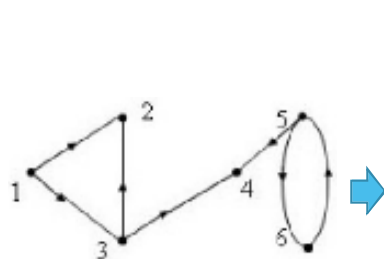
	0	1	2	3	4
0	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	1	0
3	0	0	0	0	1
4	0	1	0	0	0

9

II.1 Ma trận kề, ma trận trọng số

II.1.2 Ma trận kề của đồ thị có hướng

❖ Ví dụ 2.5:



	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	1
6	0	0	0	0	1	0

10

II.1 Ma trận **kề**, ma trận trọng số



Một số tính chất của ma trận **kề**

- ❖ Ma trận **kề** của đồ thị vô hướng là **đối xứng** $a[i,j] = a[j,i]$. Ma trận đối xứng $(0,1)$, có đường chéo chính bằng 0, bậc n sẽ tương ứng với đơn đồ thị vô hướng n đỉnh.
- ❖ **Nếu đồ thị vô hướng:**
 - Tổng dòng thứ i = Tổng cột thứ i = $\deg(i)$.
- ❖ **Nếu đồ thị có hướng:**
 - Tổng dòng i = $\deg^+(i)$, Tổng cột i = $\deg^-(i)$.

11

II.1 Ma trận **kề**, ma trận trọng số



Ưu điểm của ma trận **kề**

- ❖ Đơn giản, trực quan, dễ cài đặt trên máy tính.
- ❖ Để kiểm tra xem hai đỉnh (u, v) của đồ thị có **kề nhau** hay không, ta chỉ việc kiểm tra bằng một phép so sánh: $a_{uv} \neq 0$.

Nhược điểm của ma trận **kề**

- ❖ Bất kể số cạnh của đồ thị là nhiều hay ít, ma trận **kề** luôn luôn đòi hỏi n^2 ô nhớ để lưu các phần tử ma trận, điều đó gây lãng phí bộ nhớ dẫn tới việc không thể biểu diễn được đồ thị với số đỉnh lớn.

12

II.1 Ma trận kề, ma trận trọng số

II.1.3 Ma trận trọng số

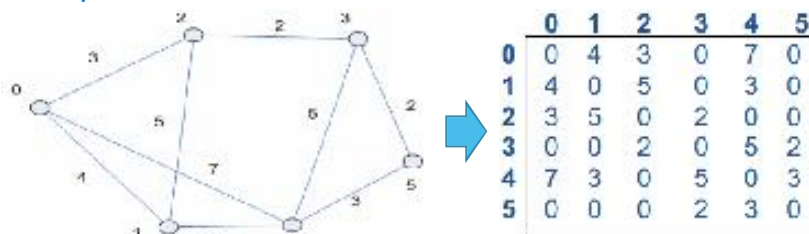
❖ **Định nghĩa 2.4.** Đơn đồ thị $G = (V, E)$ với tập đỉnh $V = \{1, \dots, n\}$, tập cạnh $E = \{e_0, e_1, \dots, e_{m-1}\}$.

❖ Ta gọi **ma trận trọng số** của G là $C = \{c[i, j], i, j = 1, 2, \dots, n\}$, với:

- $c[i, j] = c(i, j)$ nếu $(i, j) \in E$
- và $c[i, j] = \theta$ nếu $(i, j) \notin E$

θ là một giá trị nào đó được quy định trước (0, -1, ∞ , $-\infty$, ..)

❖ Ví dụ 2.6



13

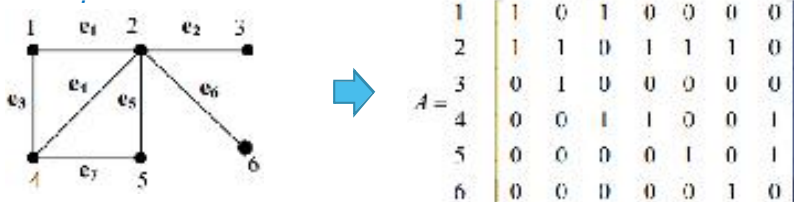
II.2 Ma trận liên thuộc đỉnh cạnh

II.2.1 Đồ thị vô hướng

❖ **Định nghĩa 2.5.** Cho $G = \langle V, E \rangle$ là đồ thị vô hướng với $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ và $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$. Ma trận liên thuộc đỉnh cạnh biểu diễn đồ thị G là ma trận có kích thước $n \times m$ được xác định như sau:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{nếu } v_i \text{ là đỉnh đầu của cạnh } e_j \\ 0, & \text{nếu } v_i \text{ không là đỉnh đầu của cạnh } e_j \end{cases}$$

❖ Ví dụ 2.7



14

II.2 Ma trận liên thuộc đỉnh cạnh

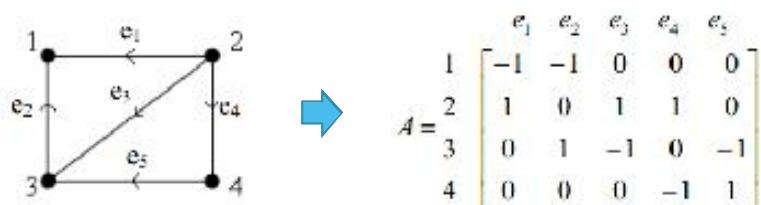


II.2.2 Đồ thị có hướng

❖ **Định nghĩa 2.6.** Cho $G = \langle V, E \rangle$ là đồ thị có hướng với $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ và $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$. Ma trận liên thuộc đỉnh cạnh biểu diễn đồ thị G là ma trận có kích thước $n \times m$ được xác định như sau:

- $a_{ij} = 1$, nếu v_i là đỉnh đầu của cung e_j (cung e_j đi ra từ v_i)
- $a_{ij} = -1$, nếu v_i là đỉnh cuối của cung e_j (cung e_j đi vào v_i)
- $a_{ij} = 0$, nếu v_i không là đỉnh đầu cuối của cung e_j

❖ Ví dụ 2.7



15

II.2 Ma trận liên thuộc đỉnh cạnh



❖ Nhận xét:

- Ma trận liên thuộc đỉnh-cạnh sẽ tiết kiệm bộ nhớ hơn khi đồ thị có ít cạnh/cung.
- Trong ma trận của đồ thị vô hướng, số số 1 trên dòng i sẽ là bậc của đỉnh v_i .
- Trong ma trận của đồ thị có hướng, số số 1 trên dòng i sẽ là bán bậc ra của đỉnh v_i , còn số số -1 trên dòng i sẽ là bán bậc vào của đỉnh v_i .

16

II.3 Danh sách cạnh/Cung



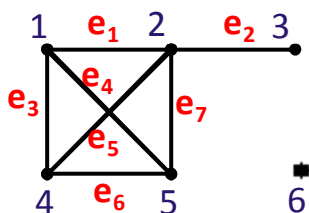
- ❖ Đối với các đồ thị thưa n đỉnh, m cạnh ($m < 6n$) người ta thường dùng cách biểu diễn danh sách cạnh để tiết kiệm không gian lưu trữ.
- ❖ Cho đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ có m cạnh/cung. Danh sách cạnh của G sẽ bao gồm hai mảng 1 chiều có kích thước m :
 - Mảng **Đau[e]** sẽ lưu các đỉnh đầu của các cạnh/cung
 - Mảng **Cuoi[e]** sẽ lưu đỉnh cuối của các cạnh/cung.

17

II.3 Danh sách cạnh/Cung



❖ Ví dụ 2.8.



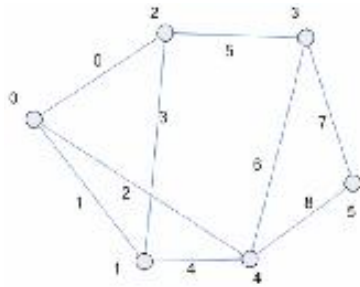
Cạnh	Đầu	Cuối
e_1	1	2
e_2	2	3
e_3	1	4
e_4	1	5
e_5	4	2
e_6	4	5
e_7	2	5

18

II.3 Danh sách cạnh/Cung



❖ Ví dụ 2.9



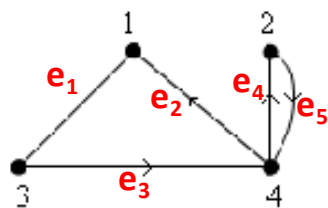
Cạnh	Đầu 1	Đầu 2
0	0	2
1	0	1
2	0	4
3	1	2
4	1	4
5	2	3
6	3	4
7	3	5
8	4	5

19

II.3 Danh sách cạnh/Cung



❖ Ví dụ 2.10



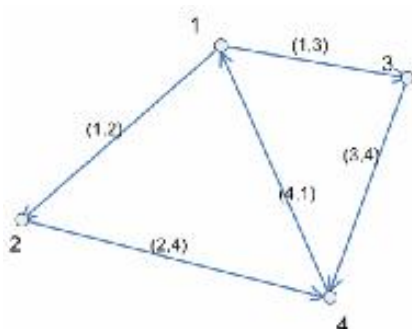
Cung	Dau	Cuoi
e_1	1	3
e_2	4	1
e_3	3	4
e_4	4	2
e_5	2	4

20

II.3 Danh sách cạnh/Cung



❖ Ví dụ 2.11



Cung	Đầu	Cuối
(1,2)	1	2
(4,1)	4	1
(1,3)	1	3
(2,4)	2	4
(3,4)	3	4

21

II.3 Danh sách cạnh/Cung



❖ **Xác định bậc của đỉnh dựa vào danh sách cạnh:**

- Đối với đồ thị vô hướng: **duyệt qua 2 mảng Đầu và Cuối**, số lần xuất hiện của một đỉnh chính là **bậc** của đỉnh đó.
- Đối với đồ thị có hướng:
 - **Duyệt qua mảng Đầu**, số lần xuất hiện của một đỉnh chính là **bán bậc ra** của đỉnh đó.
 - **Duyệt qua mảng Cuối**, số lần xuất hiện của một đỉnh chính là **bán bậc vào** của đỉnh đó.

22

II.3 Danh sách cạnh/Cung



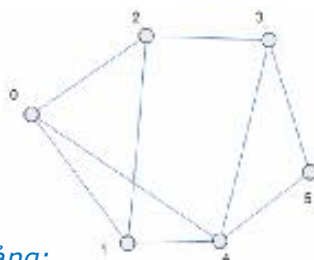
- ❖ **Chú ý:** Trong trường hợp đồ thị có trọng số ta cần thêm **m** đơn vị bộ nhớ để lưu trữ trọng số của các cạnh.
- ❖ **Nhược điểm** của cách biểu diễn này là để xác định những đỉnh nào của đồ thị là kề với một đỉnh cho trước chúng ta phải làm cỡ **m** phép so sánh (khi duyệt qua danh sách tất cả các cạnh của đồ thị).

23

II.4 Danh sách kề



- ❖ **Danh sách kề:** Với mỗi đỉnh **v** của đồ thị, ta cho tương ứng với nó một danh sách các đỉnh kề với **v**.
- ❖ Danh sách **kề** có thể cài đặt bằng **mảng 1 chiều**, hoặc **danh sách liên kết**.
- ❖ Ví dụ 2.12



Đỉnh v	Các đỉnh kề
0	1, 2, 4
1	0, 2, 4
2	0, 1, 3
3	2, 4, 5
4	0, 1, 3, 5
5	3, 4

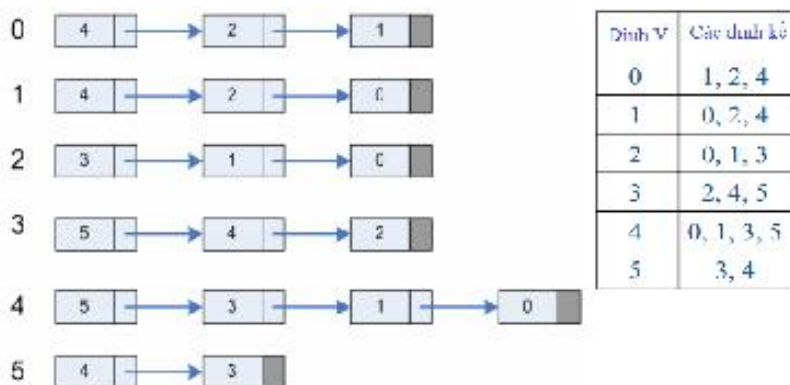
- ❖ Cài đặt bằng mảng:
 - $Ke[] = \{1, 2, 4, 0, 2, 4, 0, 1, 3, 2, 4, 5, 0, 1, 3, 5, 3, 4\}$
 - $ViTri[] = \{0, 3, 6, 9, 12, 16\}$

24

II.4 Danh sách kề



❖ Cài đặt bằng danh sách liên kết

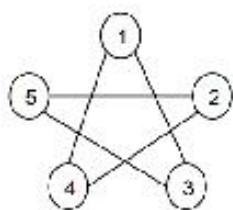


25

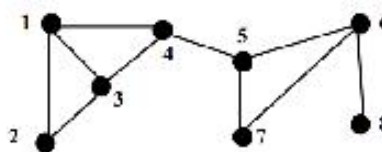
II.5 Bài tập – Tuần 3



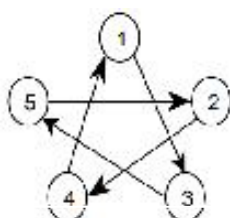
1. Cho đồ thị như hình vẽ. Hãy biểu diễn đồ thị dưới dạng ma trận kề, danh sách cạnh/cung, danh sách kề.



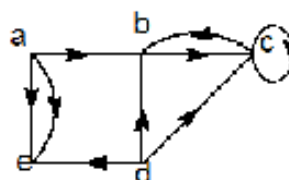
a.



b.



c.



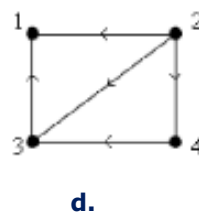
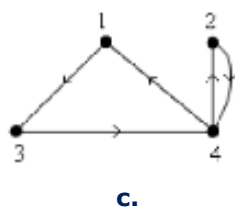
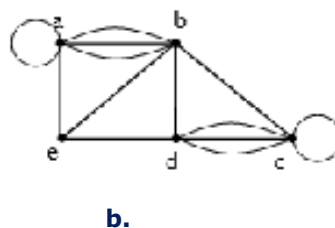
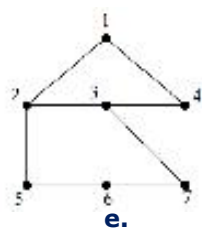
d.

26

II.5 Bài tập – Tuần 3



2. Cho đồ thị như hình vẽ. Hãy biểu diễn đồ thị dưới dạng ma trận kề, danh sách cạnh/cung, danh sách kề.

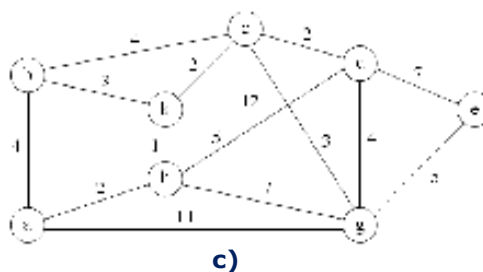
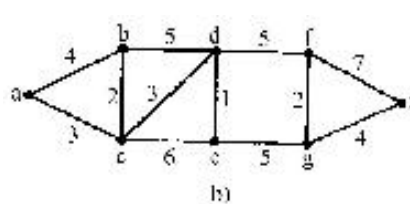
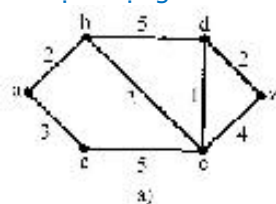


27

II.5 Bài tập – Tuần 3



3. Cho đồ thị như hình vẽ. Hãy biểu diễn đồ thị dưới dạng ma trận trọng số.

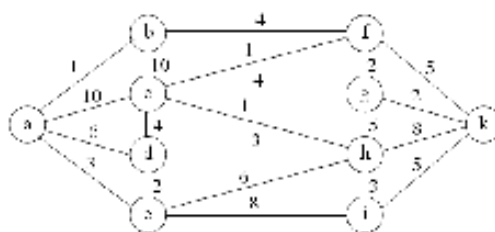


28

II.5 Bài tập – Tuần 3



4. Cho đồ thị như hình vẽ. Hãy biểu diễn đồ thị dưới dạng ma trận trọng số.



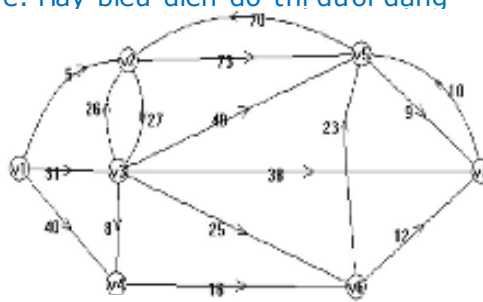
d)

29

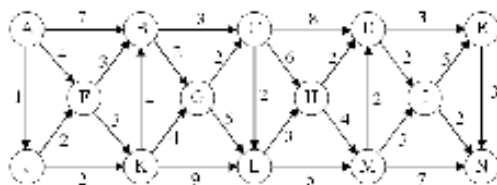
II.5 Bài tập – Tuần 3



5. Cho đồ thị như hình vẽ. Hãy biểu diễn đồ thị dưới dạng ma trận trọng số.



a.



b.

30

II.5 Bài tập – Tuần 3



6. Hãy vẽ các đồ thị được biểu diễn bởi các ma trận kề dưới đây. Hãy cho biết chúng là đồ thị có hướng hay vô hướng ?

$$a) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$c) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

31

II.5 Bài tập – Tuần 3



7. Hãy vẽ các đồ thị được biểu diễn bởi các ma trận liên thuộc đỉnh cạnh/cung dưới đây. Hãy cho biết chúng là đồ thị có hướng hay vô hướng ?

$$\begin{matrix} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$A = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

32

Thank You !

33